



BAB 5 TABURAN KEBARANGKALIAN

MATEMATIK TAMBAHAN TINGKATAN 5 KSSM

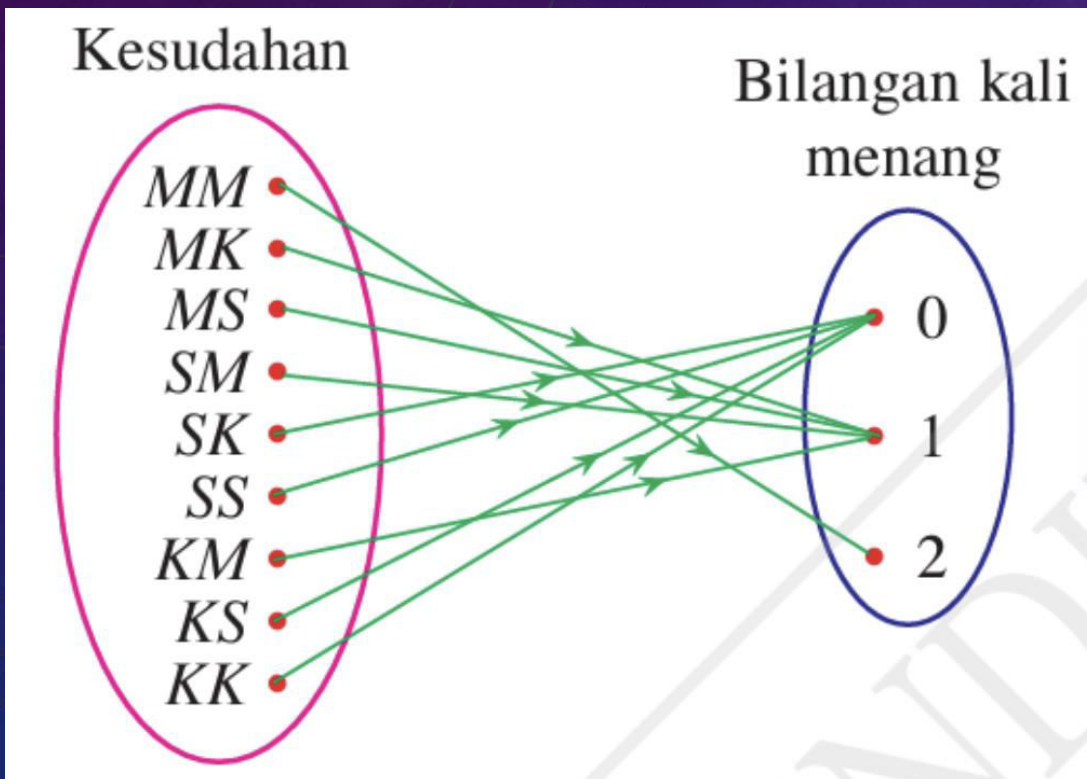
OLEH NORAZILA KHALID

SMK ULU TIRAM, JOHOR



PEMBOLEH UBAH RAWAK

Pemboleh ubah rawak ialah suatu pemboleh ubah dengan nilai berangka yang ditentukan daripada suatu fenomena rawak.



PEMBOLEH UBAH
RAWAK



Contoh

1

Nyatakan pemboleh ubah rawak bagi setiap situasi yang berikut.

- (a) Sebiji dadu dilambungkan sekali.
- (b) Seorang lelaki menunggu bas di sebuah perhentian bas.



Penyelesaian

- (a) Pemboleh ubah rawak ialah nombor pada permukaan atas dadu, iaitu $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- (b) Pemboleh ubah rawak ialah tempoh masa menunggu di sebuah perhentian bas.

Latihan Kendiri 5.1

1. Nyatakan pemboleh ubah rawak bagi setiap situasi yang berikut dalam tatatanda set.
 - (a) Keputusan bagi pertandingan bola sepak pasukan Malaysia dalam sukan SEA.
 - (b) Bilangan kereta berwarna putih di antara lima buah kereta di tempat letak kereta.
 - (c) Bilangan kali memperoleh gambar jika sekeping duit syiling dilambungkan tiga kali.
2. Sebiji bola dikeluarkan dari sebuah kotak yang mengandungi beberapa biji bola merah dan bola biru. Selepas warna bola dicatatkan, bola itu dikembalikan semula ke dalam kotak dan proses ini diulang sebanyak empat kali. Jika X mewakili bilangan kali mendapat bola merah dari kotak itu, senaraikan semua kesudahan yang mungkin bagi X dalam tatatanda set.



- Pemboleh ubah rawak yang mempunyai bilangan nilai yang boleh dibilang dan selalu dalam bentuk sifar dan integer positif dikenali sebagai **pemboleh ubah rawak diskret**.
- Pemboleh ubah rawak yang bukan dalam bentuk integer dan nilainya berada dalam suatu selang dikenali sebagai **pemboleh ubah rawak selanjar**.

PEMBOLEH UBAH RAWAK DISKRET DAN PEMBOLEH UBAH RAWAK SELANJAR

Contoh**2**

Tuliskan semua kesudahan yang mungkin dalam bentuk tatatanda set bagi setiap peristiwa yang berikut. Tentukan sama ada peristiwa tersebut ialah pemboleh ubah rawak diskret atau pemboleh ubah rawak selanjar. Jelaskan.

- (a) Sebiji dadu adil dilambungkan sebanyak tiga kali. Diberi X ialah pemboleh ubah rawak yang mewakili bilangan kali mendapat nombor 4.
- (b) X ialah pemboleh ubah rawak yang mewakili masa yang diambil oleh seorang murid menunggu bas di sebuah perhentian bas. Julat masa yang diambil oleh seorang murid adalah antara 5 minit hingga 55 minit.

Penyelesaian

- (a) $X = \{0, 1, 2, 3\}$. Peristiwa ini ialah pemboleh ubah rawak diskret kerana nilai pemboleh ubah rawak yang diperoleh boleh dibilang.
- (b) $X = \{x : x \text{ ialah masa dalam minit, } 5 \leq x \leq 55\}$. Peristiwa ini ialah pemboleh ubah rawak selanjar kerana nilai pemboleh ubah rawak berada dalam selang masa antara 5 minit hingga 55 minit.

Latihan Kendiri 5.2

1. Tuliskan semua kesudahan yang mungkin dalam bentuk tatatanda set bagi setiap peristiwa yang berikut. Tentukan sama ada peristiwa tersebut ialah pemboleh ubah rawak diskret atau pemboleh ubah rawak selanjar.
 - (a) Enam orang pengawas dipilih secara rawak daripada murid-murid Tingkatan 5. X mewakili bilangan pengawas yang memakai cermin mata.
 - (b) Tujuh orang pesakit dipilih secara rawak dari sebuah hospital untuk melakukan ujian darah. X mewakili bilangan pesakit yang kurang berkemampuan.
 - (c) Bangunan yang paling rendah di bandar Seroja ialah 3 m dan yang paling tinggi ialah 460 m. X mewakili tinggi bangunan yang terdapat di bandar Seroja.



Jika X ialah suatu pemboleh ubah rawak diskret dengan nilai $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$ dan kebarangkalian masing-masing ialah $P(X = r_1), P(X = r_2), P(X = r_3), \dots, P(X = r_n)$, maka

$$\sum_{i=1}^n P(X = r_i) = 1, \text{ dengan keadaan setiap } P(X = r_i) \geq 0.$$

TABURAN KEBARANGKALIAN PEMBOLEH UBAH RAWAK DISKRET

Contoh**3**

Dua biji dadu adil dilambungkan serentak sebanyak tiga kali. Katakan X ialah pemboleh ubah rawak diskret untuk mendapat 7 daripada hasil tambah dadu pertama dan dadu kedua.

- Tuliskan nilai X dalam bentuk tatatanda set.
- Lukis gambar rajah pokok untuk mewakili semua kesudahan yang mungkin bagi X .
- Daripada gambar rajah pokok di (b), kira kebarangkalian bagi setiap nilai X yang mungkin.
- Tentukan jumlah taburan kebarangkalian bagi X .



Penyelesaian

- (a) $X = \{0, 1, 2, 3\}$
- (b) Katakan R ialah mendapat hasil tambah 7 dan T ialah mendapat hasil tambah bukan 7.

Dadu pertama

	+	1	2	3	4	5	6
Dadu kedua	1	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12



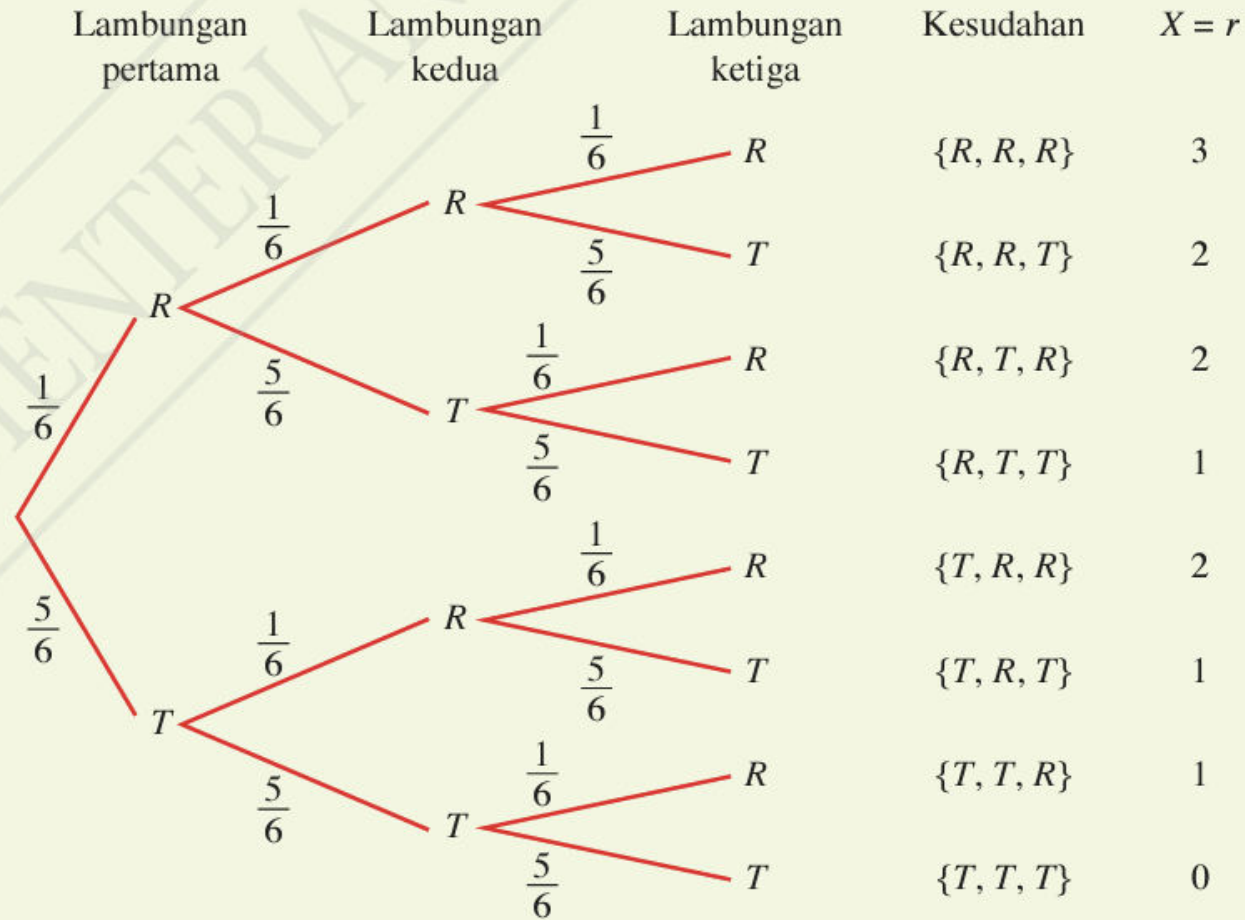
Dengan menggunakan petua pendaraban,

$${}^6C_1 \times {}^6C_1 = 36$$

Maka, bilangan kesudahan dalam ruang sampel, $n(S)$ bagi Contoh 3 ialah 36.

Daripada jadual di atas, kebarangkalian mendapat hasil tambah 7 dalam setiap percubaan ialah

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$



$$\begin{aligned}
 \text{(c) } P(X = 0) &= P(T, T, T) \\
 &= \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \\
 &= \frac{125}{216} \\
 &= 0.5787
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(X = 2) &= P(R, R, T) + P(R, T, R) + P(T, R, R) \\
 &= \left(\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6}\right) + \left(\frac{1}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{5}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}\right) \\
 &= \frac{15}{216} \\
 &= 0.0695
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(X = 3) &= P(R, R, R) \\
 &= \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \\
 &= \frac{1}{216} \\
 &= 0.0046
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(d) Jumlah kebarangkalian} &= \frac{125}{216} + \frac{75}{216} + \frac{15}{216} + \frac{1}{216} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(X = 1) &= P(R, T, T) + P(T, R, T) + P(T, T, R) \\
 &= \left(\frac{1}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6}\right) + \left(\frac{5}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6}\right) \\
 &\quad + \left(\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6}\right) \\
 &= \frac{75}{216} \\
 &= 0.3472
 \end{aligned}$$

Tip Pintar

Dalam Contoh 3,

$$\begin{aligned}
 P(X = 1) &= {}^3C_1 \left(\frac{1}{6}\right)^1 \left(\frac{5}{6}\right)^2 \\
 &= 0.3472
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(X = 2) &= {}^3C_2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^1 \\
 &= 0.0695
 \end{aligned}$$





Latihan Kendiri 5.3

1. Dalam sebuah dewan mini, terdapat tiga suis untuk menghidupkan tiga buah kipas. X mewakili bilangan suis yang dihidupkan dalam satu masa.
 - (a) Tuliskan X dalam bentuk tatatanda set.
 - (b) Lukis gambar rajah pokok untuk menunjukkan semua kesudahan yang mungkin dan cari kebarangkalian masing-masing.
 - (c) Tentukan jumlah taburan kebarangkalian bagi X .
2. Pada tahun 2016, didapati bahawa 38% kereta yang dibeli oleh sebahagian rakyat Malaysia berwarna putih. Jika dua orang pembeli dipilih secara rawak dan X mewakili bilangan pembeli kereta putih,
 - (a) nyatakan set X ,
 - (b) lukis gambar rajah pokok dan tentukan taburan kebarangkalian bagi X .
3. Sekeping duit syiling dilambungkan sebanyak tiga kali dan X mewakili bilangan kali mendapat gambar.
 - (a) Tuliskan X dalam bentuk tatatanda set.
 - (b) Lukis gambar rajah pokok untuk mewakili semua kesudahan yang mungkin bagi X .
 - (c) Tunjukkan bahawa X ialah pemboleh ubah rawak diskret.

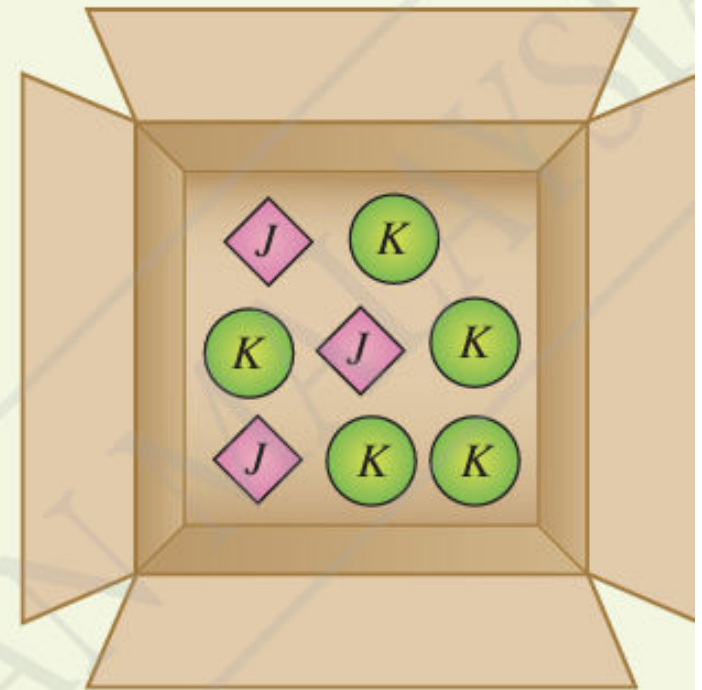


Contoh

4

Di sebuah kilang, seorang penyelia ingin memeriksa kualiti suatu jenis produk secara rawak. Terdapat 3 buah produk J dan 5 buah produk K di dalam sebuah kotak. Penyelia itu akan mengambil satu produk secara rawak dan jenis produk akan dicatatkan. Produk tersebut akan dimasukkan semula ke dalam kotak dan proses pemeriksaan kualiti produk ini akan dilakukan sebanyak tiga kali. Katakan X mewakili bilangan kali produk K diperiksa.

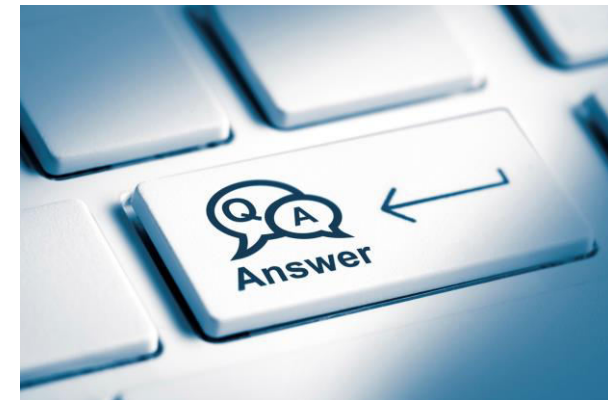
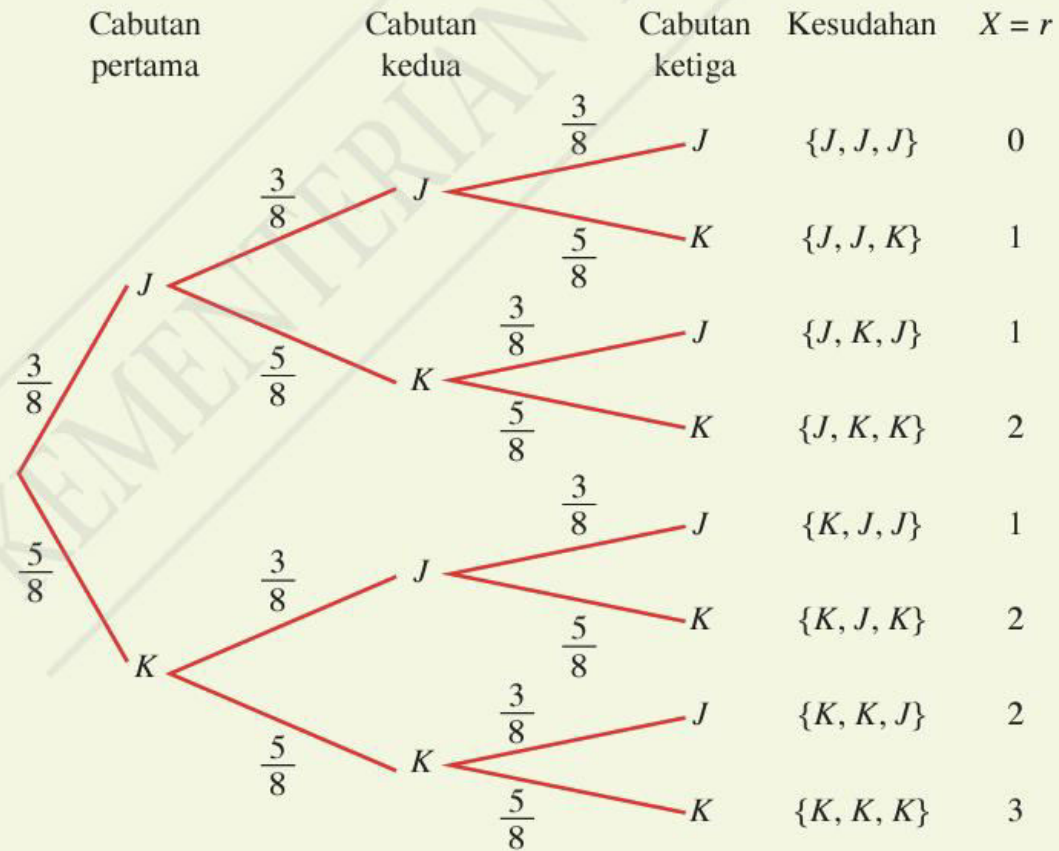
- Tuliskan X dalam bentuk tatatanda set.
- Lukis satu gambar rajah pokok untuk mewakili semua kesudahan yang mungkin bagi X .
- Senaraikan taburan nilai X serta kebarangkalian masing-masing dalam satu jadual dan seterusnya lukis satu graf untuk mewakili taburan kebarangkalian X .



Penyelesaian

(a) $X = \{0, 1, 2, 3\}$

(b)





$$\begin{aligned} \text{(c) } P(X = 0) &= P(J, J, J) \\ &= \frac{3}{8} \times \frac{3}{8} \times \frac{3}{8} \\ &= \frac{27}{512} \\ &= 0.0527 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X = 2) &= P(J, K, K) + P(K, J, K) + P(K, K, J) \\ &= \left(\frac{3}{8} \times \frac{5}{8} \times \frac{5}{8}\right) + \left(\frac{5}{8} \times \frac{3}{8} \times \frac{5}{8}\right) + \left(\frac{5}{8} \times \frac{5}{8} \times \frac{3}{8}\right) \\ &= \frac{225}{512} \\ &= 0.4395 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X = 3) &= P(K, K, K) \\ &= \frac{5}{8} \times \frac{5}{8} \times \frac{5}{8} \\ &= \frac{125}{512} \\ &= 0.2441 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X = 1) &= P(J, J, K) + P(J, K, J) + P(K, J, J) \\ &= \left(\frac{3}{8} \times \frac{3}{8} \times \frac{5}{8}\right) + \left(\frac{3}{8} \times \frac{5}{8} \times \frac{3}{8}\right) + \left(\frac{5}{8} \times \frac{3}{8} \times \frac{3}{8}\right) \\ &= \frac{135}{512} \\ &= 0.2637 \end{aligned}$$

Kaedah **Alternatif**

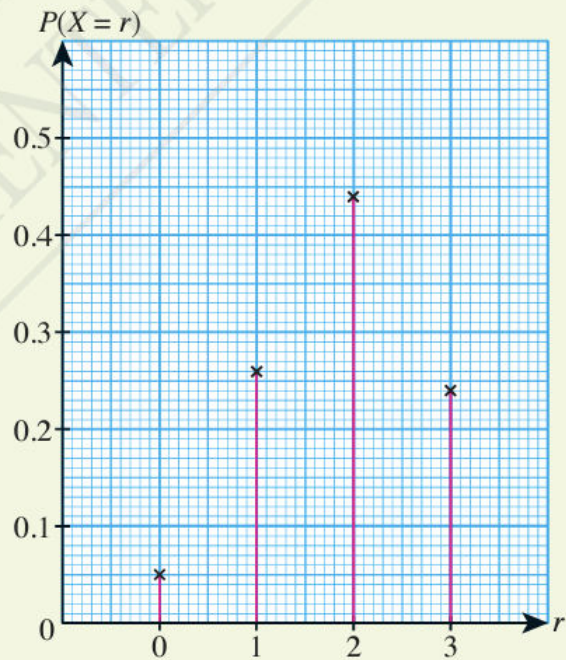
Untuk $P(X = 1)$, peristiwa memperoleh produk K boleh berlaku pada cabutan pertama, kedua atau ketiga. Jadi, konsep gabungan boleh digunakan.

$$\begin{aligned} {}^3C_1 \left(\frac{5}{8}\right)^1 \left(\frac{3}{8}\right)^2 &= 3 \left(\frac{5}{8}\right) \left(\frac{3}{8}\right)^2 \\ &= \frac{135}{512} \\ &= 0.2637 \end{aligned}$$

Wakilkan taburan kebarangkalian yang mungkin bagi X dalam bentuk jadual:

$X = r$	0	1	2	3
$P(X = r)$	0.0527	0.2637	0.4395	0.2441

Wakilkan taburan kebarangkalian yang mungkin bagi X dalam bentuk graf $P(X = r)$ melawan r :



Kuiz Pantas

Menggunakan konsep gabungan, cari

- (a) $P(X = 0)$
- (b) $P(X = 2)$
- (c) $P(X = 3)$

Kuiz Pantas

Daripada jadual dan graf dalam Contoh 4, berapakah jumlah taburan kebarangkalian bagi X ?



Contoh

5

70% daripada murid Tingkatan 5 Dahlia memperoleh gred A dalam ujian akhir tahun bagi mata pelajaran Sains. Dua orang murid dipilih secara rawak daripada murid-murid kelas itu. Jika X mewakili bilangan murid yang tidak mendapat gred A, bina jadual untuk menunjukkan nilai yang mungkin bagi X dengan taburan kebarangkalian masing-masing. Seterusnya, lukis satu graf yang menunjukkan taburan kebarangkalian X .



Penyelesaian

$$P(A : A \text{ ialah murid yang tidak mendapat gred A}) = 1 - \frac{70}{100} = 0.3$$

$$P(B : B \text{ ialah murid yang mendapat gred A}) = \frac{70}{100} = 0.7$$

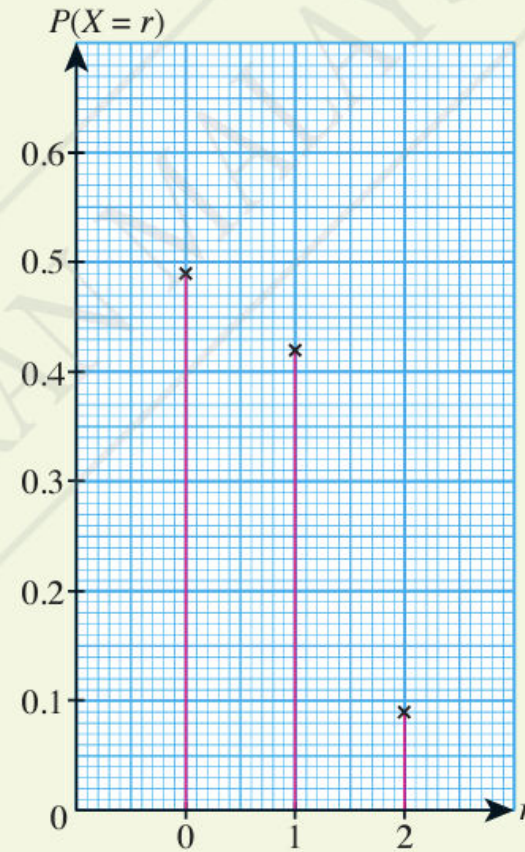
Jadi, $X = \{0, 1, 2\}$

$$\begin{aligned} P(X = 0) &= P(B, B) \\ &= 0.7 \times 0.7 \\ &= 0.49 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X = 1) &= P(A, B) + P(B, A) \\ &= (0.3 \times 0.7) + (0.7 \times 0.3) \\ &= 0.42 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X = 2) &= P(A, A) \\ &= 0.3 \times 0.3 \\ &= 0.09 \end{aligned}$$

$X = r$	0	1	2
$P(X = r)$	0.49	0.42	0.09



Latihan Kendiri 5.4

1. 6 daripada 10 orang murid yang dipilih secara rawak menyertai kem kepimpinan peringkat daerah. Jika 5 orang dipilih secara rawak daripada kumpulan murid itu dan X mewakili bilangan murid yang menyertai kem kepimpinan itu, lukis satu graf untuk mewakili taburan kebarangkalian X .
2. Didapati bahawa 59% daripada calon peperiksaan kemasukan ke sekolah berasrama penuh lulus dalam semua mata pelajaran. 4 orang murid dipilih secara rawak daripada kesemua calon dan X mewakili bilangan murid yang lulus dalam semua mata pelajaran mereka.
 - (a) Bina satu jadual taburan kebarangkalian bagi X .
 - (b) Seterusnya, lukis graf taburan kebarangkalian bagi X .
3. Terdapat 2 biji bola keranjang dan 4 biji bola sepak di dalam sebuah kotak. 4 biji bola dikeluarkan secara rawak dari kotak itu satu demi satu dan bola dikembalikan semula selepas jenis bola dicatatkan. Jika X mewakili bilangan bola keranjang yang dikeluarkan dari kotak itu, lukis graf taburan kebarangkalian bagi X .

Latihan Formatif

5.1

Kuiz

bit.ly/2SmNJbZ



1. Satu kumpulan debat sekolah terdiri daripada 6 orang ahli dengan 2 daripada ahli kumpulan itu ialah lelaki. 2 orang ahli kumpulan debat itu dipilih secara rawak untuk menyertai suatu pertandingan dan X mewakili bilangan ahli kumpulan lelaki.
 - (a) Senaraikan semua nilai yang mungkin bagi X .
 - (b) Nyatakan sama ada X ialah pemboleh ubah rawak diskret atau pemboleh ubah rawak selanjar.
2. Didapati bahawa paku terpanjang yang dihasilkan oleh sebuah kilang ialah 10.2 cm dan paku terpendek ialah 1.2 cm. Jika X mewakili pemboleh ubah rawak bagi panjang paku yang dihasilkan oleh kilang itu,
 - (a) senaraikan semua nilai yang mungkin bagi X ,
 - (b) nyatakan sama ada X ialah pemboleh ubah rawak diskret atau pemboleh ubah rawak selanjar.



3. Diberi $X = \{0, 1, 2, 3\}$ ialah suatu pemboleh ubah rawak diskret yang mewakili bilangan komputer di sebuah pejabat dengan nilai bagi fungsi kebarangkalian masing-masing ditunjukkan dalam jadual di bawah.

$X = r$	0	1	2	3
$P(X = r)$	0.2	0.35	0.3	0.15


- (a) Tunjukkan bahawa X ialah suatu pemboleh ubah rawak diskret dengan fungsi kebarangkalian $P(X = r)$.
- (b) Lukis graf taburan kebarangkalian bagi X .
4. Sebuah kotak mengandungi beberapa biji bola pingpong. Setiap bola pingpong itu dilabel dengan angka 1 hingga 10. Kebarangkalian mendapat angka 1, 3 atau 5 ialah 0.2 manakala kebarangkalian mendapat angka 2, 4, 6 atau 8 ialah 0.1. Sebiji bola pingpong dikeluarkan secara rawak dari kotak itu dan bola dikembalikan ke dalam kotak selepas angka dicatatkan. Proses ini diulang sebanyak 3 kali. Jika X mewakili bilangan kali mendapat angka 1, 3 atau 5,
- (a) senaraikan semua nilai bagi pemboleh ubah rawak X ,
- (b) tunjukkan bahawa X ialah suatu pemboleh ubah rawak diskret dengan fungsi kebarangkalian $P(X = r)$,
- (c) lukis graf taburan kebarangkalian bagi X .

5. Diberi $X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ialah suatu pemboleh ubah rawak diskret dengan kebarangkaliannya diberi dalam jadual di bawah.

$X = r$	0	1	2	3	4
$P(X = r)$	p	p	$p + q$	q	q

Jika $p = 2q$, cari nilai p dan q .

6. Dalam suatu permainan catur, pemain akan diberi 1 mata jika menang, $\frac{1}{2}$ mata akan diberi jika seri dan 0 mata akan diberi jika kalah. Lee bermain tiga set permainan catur.
- Bina gambar rajah pokok untuk mewakili semua kesudahan yang mungkin.
 - Jika X mewakili bilangan mata yang diperolehi Lee, senaraikan set X .
 - Lukiskan graf bagi taburan kebarangkalian X .



TABURAN BINOMIAL

- Hanya terdapat dua kesudahan yang mungkin, iaitu 'kejayaan' dan 'kegagalan'.
- Kebarangkalian 'kejayaan' sentiasa sama dalam setiap percubaan.
- Jika kebarangkalian 'kejayaan' diberi oleh p , maka kebarangkalian 'kegagalan' diberi oleh $(1 - p)$ dengan $0 < p < 1$.
- Pemboleh ubah rawak diskret $X = \{0, 1\}$, dengan keadaan 0 mewakili 'kegagalan' dan 1 mewakili 'kejayaan'.

TABURAN BINOMIAL - PERCUBAAN BERNOULLI

- Eksperimen terdiri daripada 4 percubaan Bernoulli yang serupa.
- Setiap percubaan hanya mempunyai dua kesudahan, iaitu 'kejayaan' dan 'kegagalan'.
- Kebarangkalian 'kejayaan' bagi setiap percubaan adalah tidak berubah.
- Setiap percubaan adalah tidak bersandar, iaitu kesudahan suatu percubaan tidak memberi kesan kepada kesudahan yang lain.

PERCUBAAN BERNOULLI

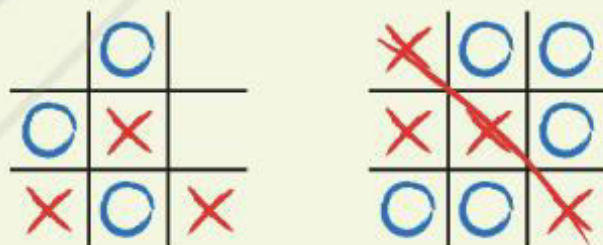
Pemboleh ubah rawak binomial ialah bilangan kejayaan r daripada n percubaan Bernoulli yang serupa bagi suatu eksperimen binomial. Taburan kebarangkalian bagi pemboleh ubah rawak binomial ini dikenali sebagai **taburan binomial**.

EKSPERIMEN BINOMIAL

Contoh

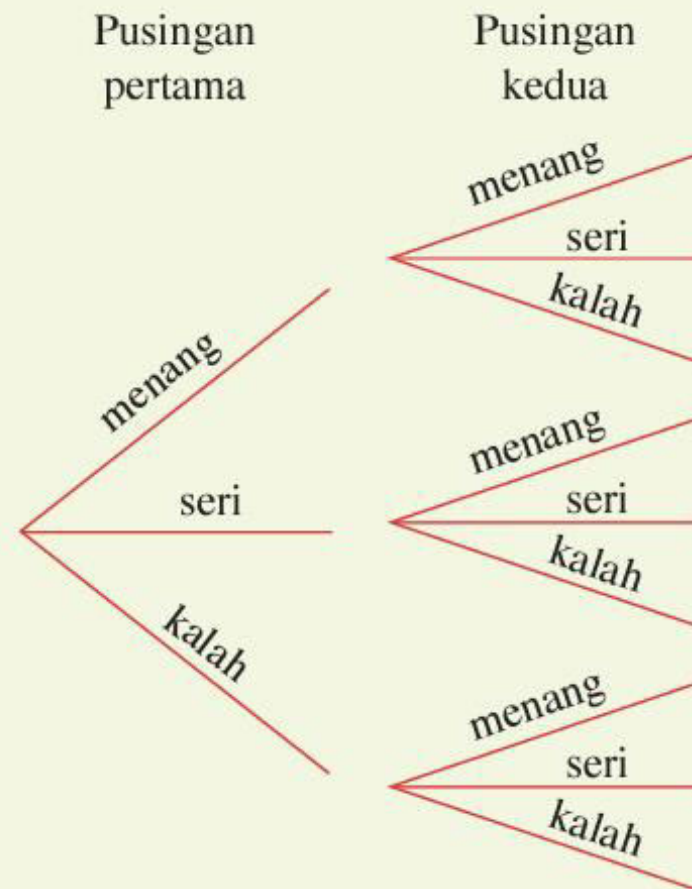
6

Rajah di sebelah menunjukkan gambar rajah pokok yang mewakili semua kesudahan bagi dua pusingan suatu permainan *tic-tac-toe*. Adakah taburan ini merupakan taburan binomial? Jelaskan.



Penyelesaian

Taburan ini mempunyai tiga kesudahan yang mungkin, iaitu menang, seri atau kalah. Maka, taburan ini bukan taburan binomial kerana taburan binomial hanya mempunyai dua kesudahan sahaja dalam setiap percubaan.



Contoh**7**

Sebuah rak mengandung 6 naskah buku rujukan Kimia yang sama dan 4 naskah buku rujukan Fizik yang sama. 3 naskah buku rujukan Fizik diambil secara rawak satu demi satu dari rak itu tanpa dikembalikan. Nyatakan sama ada taburan kebarangkalian ini merupakan taburan binomial atau bukan. Jelaskan.

**Penyelesaian**

$$P(\text{mengambil senaskhah buku rujukan Fizik pertama}) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$P(\text{mengambil senaskhah buku rujukan Fizik kedua}) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$P(\text{mengambil senaskhah buku rujukan Fizik ketiga}) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

Kebarangkalian mengambil senaskhah buku rujukan Fizik dalam setiap percubaan berubah dan setiap kesudahan bersandar kepada kesudahan sebelumnya.

Maka, taburan kebarangkalian mengambil 3 naskhah buku rujukan Fizik berturut-turut tanpa dikembalikan ini bukan taburan binomial.

 **Tip Pintar**



Suatu eksperimen dengan keadaan n ialah 1 merupakan percubaan Bernoulli.

Latihan Kendiri

5.5

1. Diberi X ialah pemboleh ubah rawak diskret bagi percubaan Bernoulli dengan kebarangkalian 'kejayaan' ialah 0.3.
 - (a) Senaraikan unsur dalam set X .
 - (b) Cari kebarangkalian 'kegagalan'.
2. Satu eksperimen dijalankan dengan melambungkan sekeping duit syiling 50 sen pada percubaan pertama dan melambungkan sebiji dadu pada percubaan kedua. Jelaskan sama ada eksperimen ini merupakan eksperimen binomial atau bukan.
3. Sebuah persatuan melakukan tinjauan tentang jumlah upah sebulan yang diperolehi kebanyakan rakyat Malaysia yang bekerja. Hasil tinjauan yang dilakukan mendapati bahawa 50% daripada rakyat Malaysia yang bekerja mendapat upah kurang daripada RM2 000 sebulan. Jika 3 orang pekerja dipilih secara rawak daripada satu kumpulan pekerja, jelaskan sama ada taburan kebarangkalian ini bertaburan secara binomial atau bukan.



-  4. Dalam satu kajian, didapati bahawa 9 daripada 10 orang pelajar di sebuah kolej melakukan pekerjaan sambilan. Jika 4 orang pelajar dipilih secara rawak dari kolej itu, adakah taburan kebarangkalian bagi pelajar yang melakukan pekerjaan sambilan bertaburan secara binomial? Jelaskan.
-  5. Didapati bahawa seorang murid lepasan SPM mempunyai tiga pilihan, iaitu menyambung pelajaran di dalam negara, menyambung pelajaran di luar negara atau tidak menyambung pelajaran. Seorang murid dipilih secara rawak daripada kumpulan murid itu. Lukis satu gambar rajah pokok untuk menunjukkan semua kesudahan yang mungkin. Jelaskan sama ada kesudahan itu merupakan taburan binomial.

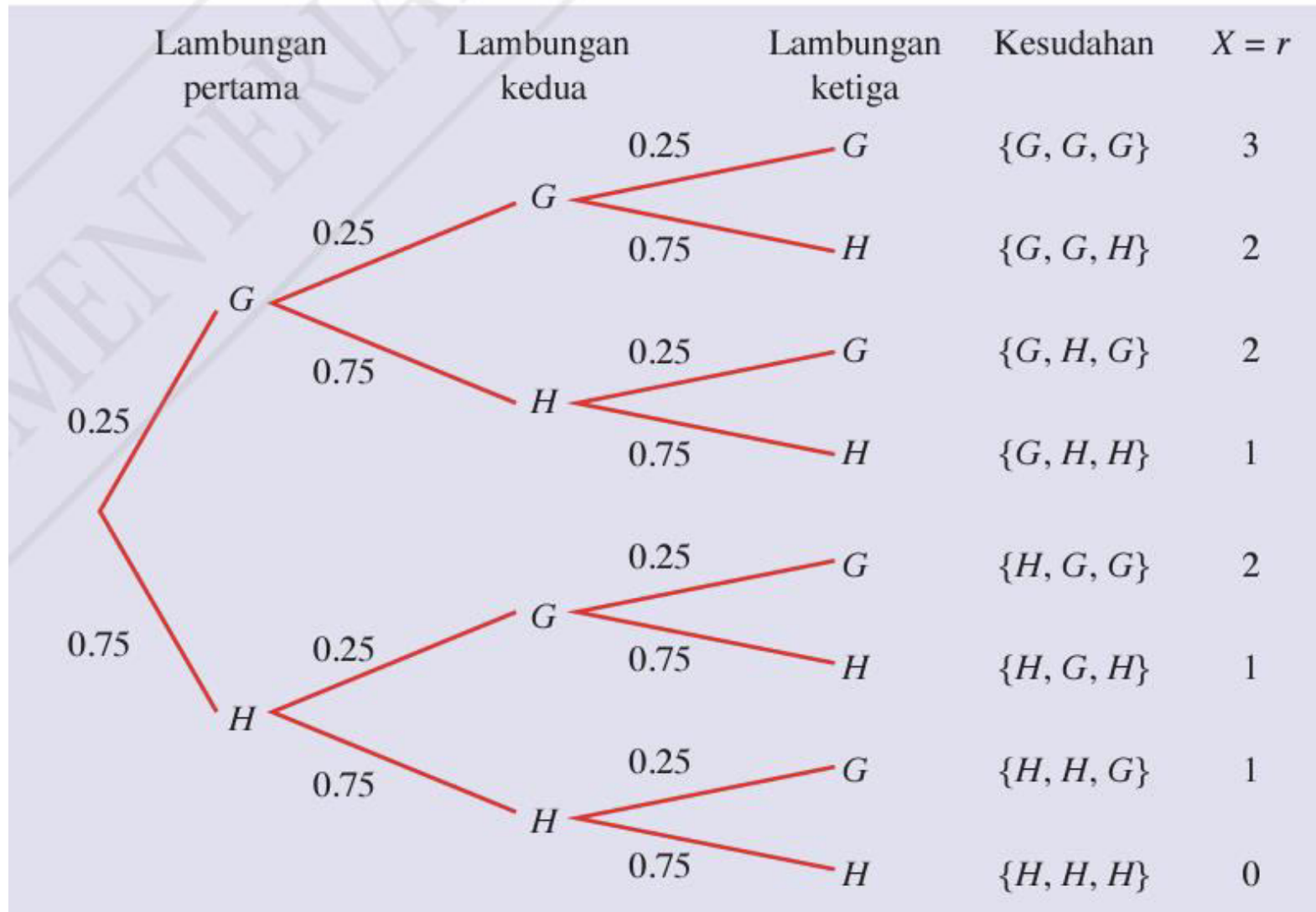
$$P(X = r) = {}^n C_r p^r q^{n-r}, r = 1, 2, 3, \dots, n$$

Jadi, kita tulis sebagai $X \sim B(n, p)$.

Pertimbangkan peristiwa yang berikut:

Sebuah piramid segi tiga dengan empat permukaan rata yang sama saiz dilabel dengan nombor 1 hingga 4. Naim melambungkan piramid segi tiga itu sebanyak 3 kali. Apakah kebarangkalian mendapat nombor 4 pada tapak piramid itu dalam setiap lambungan?

KEBARANGKALIAN SUATU PERISTIWA BAGI TABURAN
BINOMIAL



	Daripada gambar rajah pokok	Menggunakan rumus taburan binomial
$X = r$	$P(X = r)$	$P(X = r)$
0	$P(X = 0) = P(H, H, H)$ $= 0.75^3$ $= 0.4219$	${}^3C_0(0.25)^0(0.75)^3 = 0.4219$
1	$P(X = 1) = P(G, H, H) + P(H, G, H) + P(H, H, G)$ $= 3(0.75)^2(0.25)$ $= 0.4219$	${}^3C_1(0.25)^1(0.75)^2 = 0.4219$
2	$P(X = 2) = P(G, G, H) + P(G, H, G) + P(H, G, G)$ $= 3(0.75)(0.25)^2$ $= 0.1406$	${}^3C_2(0.25)^2(0.75)^1 = 0.1406$
3	$P(X = 3) = P(G, G, G)$ $= (0.25)^3$ $= 0.0156$	${}^3C_3(0.25)^3(0.75)^0 = 0.0156$

KEBARANGKALIAN
SUATU PERISTIWA
BAGI TABURAN
BINOMIAL

$$\sum_{i=1}^n P(X = r_i) = 1$$

Contoh**8**

Kebarangkalian bahawa hujan akan turun pada suatu hari tertentu ialah 0.45. Dengan menggunakan rumus, cari kebarangkalian bahawa dalam suatu minggu tertentu, hujan akan turun

- (a) tepat 4 hari,
- (b) sekurang-kurangnya 2 hari.

Penyelesaian

Katakan X mewakili bilangan hari hujan.

Diberi $n = 7$, $p = 0.45$ dan $q = 0.55$.

$$\begin{aligned} \text{(a) } P(X = 4) &= {}^7C_4(0.45)^4(0.55)^3 \\ &= 0.2388 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b) } P(X \geq 2) &= P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) \\ &\quad + P(X = 6) + P(X = 7) \\ &= 1 - [P(X = 0) + P(X = 1)] \\ &= 1 - [{}^7C_0(0.45)^0(0.55)^7 + {}^7C_1(0.45)^1(0.55)^6] \\ &= 1 - 0.0152 - 0.0872 \\ &= 0.8976 \end{aligned}$$

Latihan Kendiri

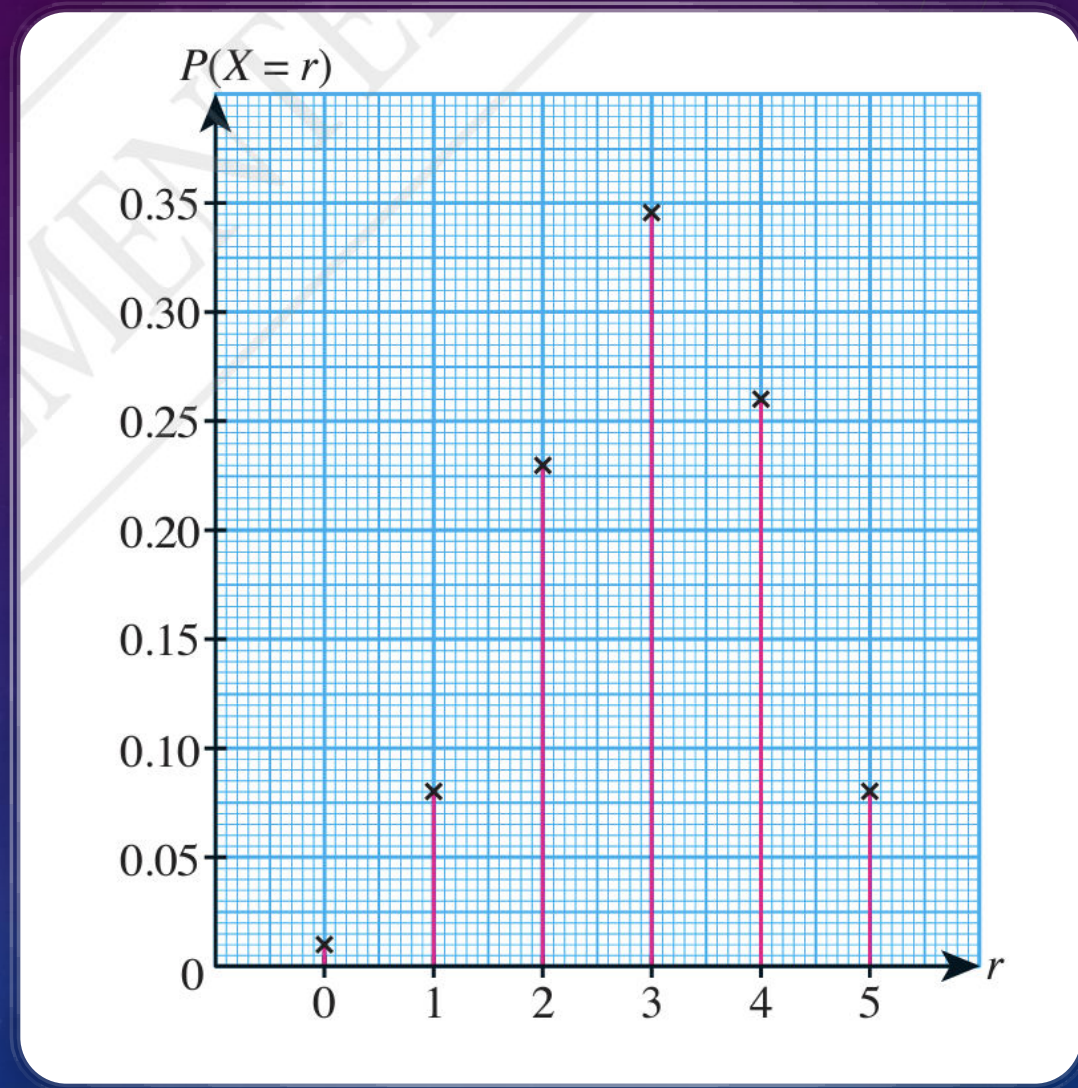
5.6

1. Pada tahun 2019, anggaran bilangan penduduk Malaysia ialah 32.6 juta orang. Dalam satu kajian yang dilakukan, didapati bahawa lebih kurang 57% daripada rakyat Malaysia menggunakan telefon pintar. Satu sampel yang terdiri daripada 8 orang dipilih secara rawak. Cari kebarangkalian bahawa
 - (a) 6 orang menggunakan telefon pintar,
 - (b) tidak lebih daripada 2 orang menggunakan telefon pintar.
2. Sebuah rak mengandungi 3 naskhah buku cerita dan 2 naskhah buku komik. Senaskhah buku diambil dan selepas dibaca, buku itu dikembalikan sebelum senaskhah buku lagi diambil dari rak itu. Proses ini diulang sebanyak 3 kali. Jika X mewakili pemboleh ubah rawak mendapat senaskhah buku komik,
 - (a) bina gambar rajah pokok untuk menunjukkan semua kesudahan yang mungkin,
 - (b) cari kebarangkalian mendapat
 - (i) buku komik hanya sekali,
 - (ii) buku cerita sebanyak tiga kali.

3. Dalam satu kajian, didapati bahawa 95% daripada pelajar sarjana muda di sebuah universiti memiliki sebuah komputer riba. Satu sampel yang terdiri daripada 8 orang pelajar sarjana muda dipilih secara rawak dari universiti itu, cari kebarangkalian bahawa
- (a) tepat 6 orang pelajar sarjana muda memiliki sebuah komputer riba,
 - (b) selebih-lebihnya 2 orang atau lebih daripada 7 orang pelajar sarjana muda memiliki komputer riba.
4. Diberi satu pemboleh ubah rawak $X \sim B(n, 0.65)$.
- (a) Cari nilai n jika $P(X = n) = 0.0319$.
 - (b) Berdasarkan jawapan di (a), cari $P(X > 2)$.

MEMBINA JADUAL, MELUKIS GRAF DAN MENTAFSIR MAKLUMAT TABURAN BINOMIAL

- Hasil daripada Aktiviti Penerokaan 4, didapati bahawa kebarangkalian pemboleh ubah rawak X bagi taburan binomial dapat diperoleh daripada jadual dan graf taburan kebarangkalian. Graf taburan kebarangkalian boleh dilukis seperti rajah di bawah.



Contoh**9**

Emma melakukan tinjauan tentang peratus murid di sekolahnya yang menaiki bas sekolah. Didapati bahawa 45% daripada murid di sekolahnya menaiki bas sekolah. Satu sampel yang terdiri daripada 4 orang murid dipilih secara rawak dari sekolah itu.

- (a) Bina jadual taburan kebarangkalian binomial bagi bilangan murid yang menaiki bas sekolah.
- (b) Lukis graf bagi taburan ini.
- (c) Daripada jadual atau graf, cari kebarangkalian
 - (i) lebih daripada 3 orang murid menaiki bas sekolah,
 - (ii) kurang daripada 2 orang murid menaiki bas sekolah.



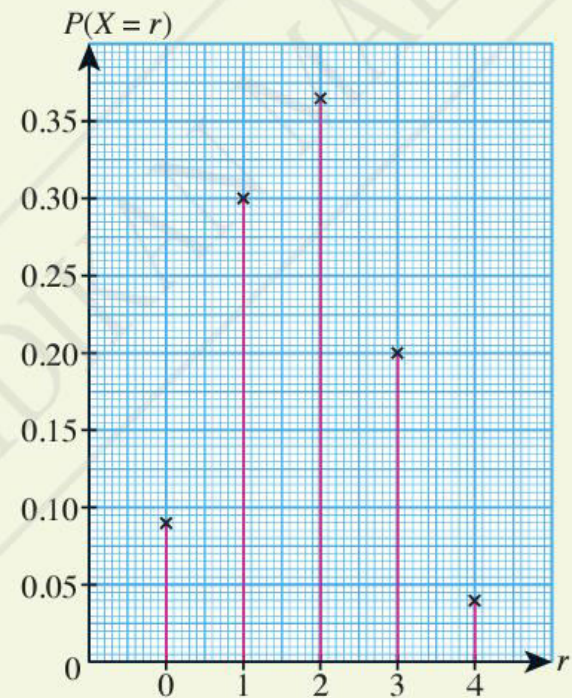
Penyelesaian

- (a) Katakan X mewakili bilangan murid yang menaiki bas sekolah.
Maka, $X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.
Diberi $n = 4$, $p = 0.45$ dan $q = 0.55$

$X = r$	$P(X = r)$
0	${}^4C_0(0.45)^0(0.55)^4 = 0.0915$
1	${}^4C_1(0.45)^1(0.55)^3 = 0.2995$
2	${}^4C_2(0.45)^2(0.55)^2 = 0.3675$
3	${}^4C_3(0.45)^3(0.55)^1 = 0.2005$
4	${}^4C_4(0.45)^4(0.55)^0 = 0.0410$

- (c) (i) $P(X > 3) = P(X = 4)$
 $= 0.0410$
- (ii) $P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1)$
 $= 0.0915 + 0.2995$
 $= 0.3910$

(b)



Contoh 10

Rajah di sebelah menunjukkan graf bagi suatu taburan binomial.

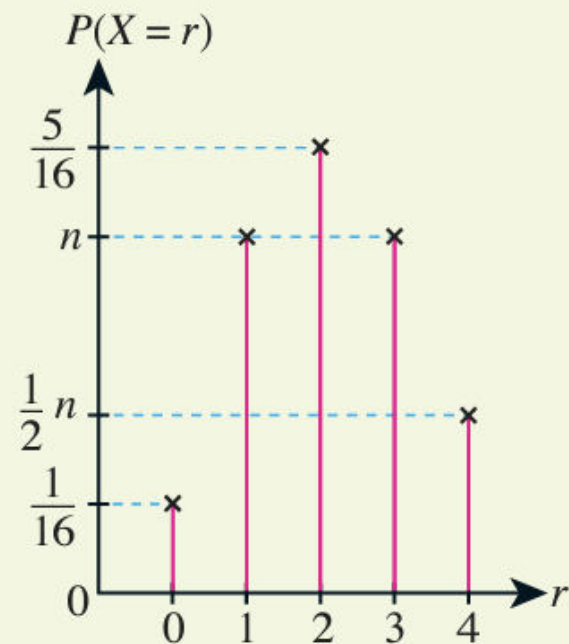
- (a) Nyatakan semua kesudahan yang mungkin bagi X .
- (b) Cari nilai n .

Penyelesaian

(a) $X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

(b) $P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = 1$

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{2}n + n + \frac{5}{16} + n = 1$$
$$n = \frac{1}{4}$$



Latihan Kendiri 5.7

1. Didapati bahawa 35% daripada murid Tingkatan 5 Bestari mendapat gred B dalam mata pelajaran Matematik Tambahan. Jika 6 orang murid dipilih secara rawak dari kelas itu, cari kebarangkalian bahawa
 - (a) 4 orang murid mendapat gred B,
 - (b) lebih daripada seorang murid mendapat gred B.
2. Dalam satu kajian, kebarangkalian bahawa sejenis telefon pintar akan rosak selepas 3 tahun digunakan ialah 78%.
 - (a) Jika 7 buah telefon pintar ini dipilih secara rawak, cari kebarangkalian bahawa 4 buah telefon pintar akan rosak selepas 3 tahun digunakan.
 - (b) Cari bilangan telefon pintar yang akan rosak jika sampel itu ialah 200.

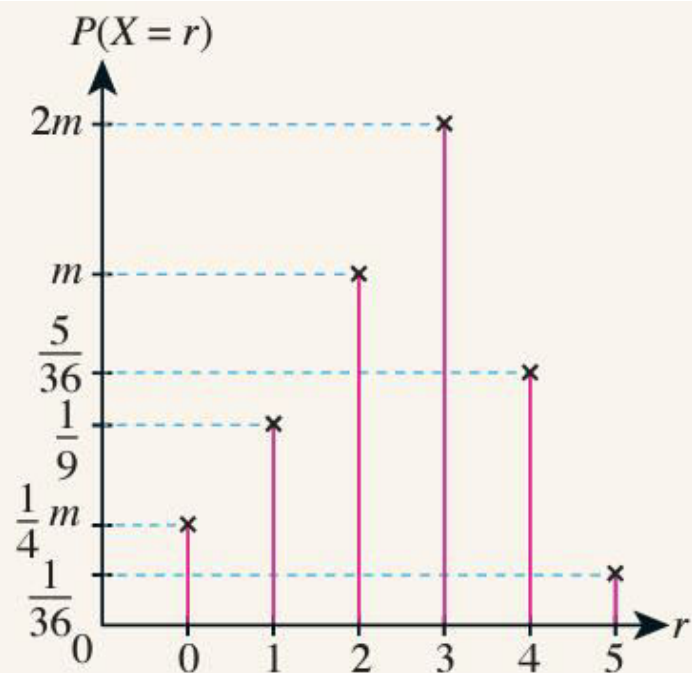
3. Dalam suatu laporan, 54% daripada rakyat Malaysia membeli kereta baharu buatan tempatan. Jika 8 orang yang membeli kereta baharu dipilih secara rawak, cari kebarangkalian
- (a) sekurang-kurangnya 2 orang membeli kereta baharu buatan tempatan,
 - (b) lebih daripada 6 orang membeli kereta baharu buatan tempatan.



4. Didapati bahawa kebarangkalian sebuah kilang elektronik menghasilkan mesin cetak yang kurang memuaskan ialah 0.05. Lima buah mesin cetak dipilih secara rawak dari kilang itu.
- (a) Bina jadual taburan kebarangkalian bagi bilangan mesin cetak yang kurang memuaskan dan seterusnya lukiskan graf.
 - (b) Daripada jadual atau graf, cari kebarangkalian bahawa
 - (i) tepat 2 buah mesin cetak kurang memuaskan,
 - (ii) lebih daripada sebuah mesin cetak kurang memuaskan.

5. Rajah di sebelah menunjukkan graf bagi suatu taburan binomial dengan pemboleh ubah rawak diskret X .

- (a) Nyatakan semua kesudahan yang mungkin bagi X .
- (b) Cari nilai m bagi graf itu.
- (c) Cari peratus bagi $P(X \geq 2)$.



6. Dalam satu kajian, didapati bahawa 17% daripada rakyat Malaysia yang berumur 18 tahun dan ke atas menghidap penyakit diabetes. Jika 10 orang dipilih secara rawak daripada kumpulan umur itu, cari

- (a) kebarangkalian bahawa 5 orang menghidap penyakit diabetes,
- (b) $P(2 \leq X \leq 6)$ dengan keadaan X mewakili bilangan rakyat Malaysia berumur 18 tahun dan ke atas yang menghidap penyakit diabetes.

Jika suatu pemboleh ubah rawak diskret X bertaburan binomial, iaitu $X \sim B(n, p)$, maka **nilai jangkaan** atau **min**, μ bagi taburan ini ditakrifkan sebagai jumlah hasil darab X dengan kebarangkaliannya dan dibahagi oleh jumlah kebarangkalian.

$$\mu = \frac{\sum_{r=0}^n r P(X = r)}{\sum_{r=0}^n P(X = r)}$$

Oleh kerana $\sum_{r=0}^n P(X = r) = 1$, maka rumus bagi min boleh diringkaskan seperti berikut.

$$\text{Min, } \mu = np$$

NILAI MIN, VARIANS DAN SISIHAN PIAWAI BAGI SUATU TABURAN BINOMIAL

Varians, σ^2 dan sisihan piawai, σ bagi taburan binomial diberi oleh rumus berikut.

$$\text{Varians, } \sigma^2 = npq$$

$$\text{Sisihan piawai, } \sigma = \sqrt{npq}$$

NILAI MIN, VARIANS DAN SISIHAN PIAWAI BAGI SUATU
TABURAN BINOMIAL

Contoh

11

Suatu kajian mendapati bahawa 95% daripada rakyat Malaysia yang berumur 20 tahun dan ke atas mempunyai lesen memandu kereta. Jika 160 orang dipilih secara rawak daripada kumpulan umur itu, jangkakan bilangan rakyat Malaysia berumur 20 tahun dan ke atas yang mempunyai lesen memandu kereta. Seterusnya, cari varians dan sisihan piawai bagi taburan ini.

Penyelesaian

Diberi $p = 0.95$, $q = 0.05$ dan $n = 160$.

Min, $\mu = np$

$$\mu = 160 \times 0.95$$

$$\mu = 152$$

Varians, $\sigma^2 = npq$

$$\sigma^2 = 160 \times 0.95 \times 0.05$$

$$\sigma^2 = 7.60$$

Sisihan piawai, $\sigma = \sqrt{npq}$

$$\sigma = \sqrt{7.6}$$

$$\sigma = 2.76$$

Kuiz Pantas



Mengapakah sisihan piawai ialah punca kuasa dua varians? Jelaskan.

Latihan Mandiri 5.8

1. Suatu pemboleh ubah rawak diskret X bertaburan binomial, iaitu $X \sim B(n, p)$ dengan min 45 dan sisihan piawai 3. Cari nilai n dan p .
2. Suatu pemboleh ubah rawak diskret $X \sim B(120, 0.4)$. Cari min dan sisihan piawainya.
3. Terdapat 5 000 orang penduduk di sebuah kampung. Didapati bahawa 8 daripada 10 orang penduduk kampung itu memiliki jalur lebar di rumahnya. Cari min, varians dan sisihan piawai bagi bilangan penduduk yang memiliki jalur lebar di rumahnya.
4. Dalam suatu kajian, didapati bahawa 3 daripada 5 orang lelaki dewasa gemar menonton perlawanan bola sepak. Jika 1 000 orang lelaki dewasa dipilih secara rawak, cari min dan sisihan piawai bagi bilangan lelaki dewasa yang gemar menonton perlawanan bola sepak.

Contoh

12

Sebuah kedai kek menghasilkan sejenis kek coklat. Didapati bahawa 12% daripada kek coklat itu berjisim kurang daripada 1 kg. Cari bilangan minimum kek coklat yang perlu dipantau supaya kebarangkalian bahawa sekurang-kurangnya sebiji kek coklat berjisim kurang daripada 1 kg yang dipilih secara rawak adalah lebih besar daripada 0.85.



Penyelesaian

Katakan X mewakili bilangan kek coklat yang berjisim kurang daripada 1 kg.
Maka, $X \sim B(n, p)$ dengan $p = 0.12$ dan $q = 0.88$.

$$P(X \geq 1) > 0.85$$

$$1 - P(X = 0) > 0.85$$

$$P(X = 0) < 1 - 0.85$$

$${}^n C_0 (0.12)^0 (0.88)^n < 0.15$$

$$(0.88)^n < 0.15$$

$$n \log 0.88 < \log 0.15$$

$$n > \frac{\log 0.15}{\log 0.88}$$

$$n > \frac{\log 0.15}{\log 0.88}$$

$$n > 14.84$$

Ambil log bagi kedua-dua
belah persamaan

Kuiz Pantas



Dalam Contoh 12, nyatakan
alasan anda mengapa

$$n > \frac{\log 0.15}{\log 0.88} \text{ bukan}$$

$$n < \frac{\log 0.15}{\log 0.88}$$

Maka, bilangan minimum kek coklat yang perlu dipantau ialah $n = 15$.

Contoh

13

APLIKASI MATEMATIK

Dalam satu kajian, didapati bahawa 35% daripada rakyat Malaysia yang lahir dalam julat tahun 1980 hingga tahun 2000 berkemampuan membeli sebuah rumah sendiri. Jika 10 orang daripada rakyat Malaysia yang lahir dalam julat tahun itu dipilih secara rawak, cari kebarangkalian bahawa tidak lebih daripada dua orang yang berkemampuan membeli rumah sendiri.

Penyelesaian

1 . Memahami masalah

- ◆ Masalah ini menunjukkan ciri-ciri taburan binomial dengan $n = 10$ dan $p = 0.35$.
- ◆ Cari P (tidak lebih daripada dua orang yang berkemampuan membeli rumah sendiri).

2 . Merancang strategi

- ◆ Katakan X mewakili bilangan rakyat Malaysia yang lahir dalam julat tahun 1980 hingga tahun 2000 berkemampuan membeli rumah sendiri.
- ◆ $P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$ dengan menggunakan rumus $P(X = r) = {}^n C_r p^r q^{n-r}$ yang $r = 0, 1$ dan 2 .

3 . Melaksanakan strategi

Didapati bahawa, $q = 1 - p$
 $q = 1 - 0.35$
 $q = 0.65$

$$\begin{aligned}P(X \leq 2) &= P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) \\&= {}^{10}C_0(0.35)^0(0.65)^{10} + {}^{10}C_1(0.35)^1(0.65)^9 + {}^{10}C_2(0.35)^2(0.65)^8 \\&= 0.0135 + 0.0725 + 0.1757 \\&= 0.2617\end{aligned}$$

4 . Membuat refleksi

Katakan Y mewakili bilangan rakyat Malaysia yang lahir dalam julat tahun 1980 hingga tahun 2000 tidak berkemampuan membeli rumah sendiri.
Maka, $n = 10$, $p = 0.65$ dan $q = 0.35$.

$$\begin{aligned}P(Y \geq 8) &= P(Y = 8) + P(Y = 9) + P(Y = 10) \\&= {}^{10}C_8(0.65)^8(0.35)^2 + {}^{10}C_9(0.65)^9(0.35)^1 + {}^{10}C_{10}(0.65)^{10}(0.35)^0 \\&= 0.1757 + 0.0725 + 0.0135 \\&= 0.2617\end{aligned}$$





Latihan Kendiri 5.9

1. 7 orang pelajar di sebuah universiti tempatan memohon biasiswa yayasan negeri masing-masing. Kebarangkalian bahawa setiap pelajar akan berjaya mendapat biasiswa ialah $\frac{1}{3}$. Cari kebarangkalian bahawa
 - (a) semua pelajar berjaya mendapat biasiswa,
 - (b) hanya dua orang pelajar berjaya mendapat biasiswa,
 - (c) selebih-lebihnya dua orang pelajar mendapat biasiswa.

2. Dalam suatu permainan, peserta perlu meneka bilangan guli dalam sebuah botol. Kebarangkalian memperoleh tekaan yang tepat ialah p .
- (a) Cari nilai p dan bilangan kali tekaan supaya min dan varians masing-masing ialah 36 dan 14.4.
 - (b) Jika peserta membuat lapan kali tekaan, cari kebarangkalian bahawa empat kali tekaan adalah tepat.
3. 80% daripada murid sebuah sekolah meminati mata pelajaran Sains. Suatu sampel yang terdiri daripada n orang murid dipilih secara rawak dari sekolah itu.
- (a) Jika kebarangkalian bahawa semua murid minat mata pelajaran Sains ialah 0.1342, cari nilai n .
 - (b) Berdasarkan jawapan di (a), cari kebarangkalian bahawa kurang daripada tiga orang murid minat mata pelajaran Sains.

Latihan Formatif

5.2

Kuiz

bit.ly/2sQUHeg



1. Sekeping duit syiling adil dilambungkan sebanyak empat kali. Bina jadual taburan kebarangkalian untuk mendapat angka.
2. Sebiji dadu adil dilambungkan sebanyak 3 kali. Bina jadual dan lukis graf taburan kebarangkalian untuk mendapat nombor lebih daripada 3.
3. Kebarangkalian seorang murid Tingkatan 5 melanjutkan pelajaran selepas tamat persekolahan ialah 0.85. Dalam suatu sampel yang terdiri daripada lapan orang murid Tingkatan 5, cari kebarangkalian bahawa
 - (a) semua murid melanjutkan pelajaran selepas tamat persekolahan,
 - (b) kurang daripada tiga orang murid melanjutkan pelajaran selepas tamat persekolahan.

4. Sebiji durian dipilih secara rawak dari beberapa buah bakul. Kebarangkalian bahawa sebiji durian yang dipilih adalah busuk ialah 0.1. Cari nilai jangkaan dan sisihan piawai bilangan durian yang busuk dalam satu sampel bagi 50 biji durian.



5. Pemboleh ubah rawak binomial $X \sim B(n, p)$ mempunyai min 5 dan varians 4.

(a) Cari nilai n dan p .

(b) Seterusnya, cari $P(X = 3)$.

6. X ialah suatu pemboleh ubah rawak diskret supaya $X \sim B(10, p)$ dengan $p < 0.5$ dan varians $= \frac{12}{5}$. Cari

(a) nilai p dan min bagi X ,

(b) $P(X = 4)$.

7. 20 keping duit syiling adil dilambungkan secara serentak. X ialah pemboleh ubah rawak diskret yang mewakili bilangan angka diperoleh. Hitung min dan varians bagi X .



8. Dalam satu kajian, didapati bahawa 1 daripada 5 buah kalkulator jenama A boleh bertahan lebih daripada 8 tahun. Satu sampel yang terdiri daripada n buah kalkulator dipilih secara rawak daripada jenama itu. Jika kebarangkalian semua kalkulator boleh bertahan lebih daripada 8 tahun ialah 0.0016, cari

- (a) nilai n ,
- (b) kebarangkalian bahawa lebih daripada sebuah kalkulator boleh bertahan lebih daripada 8 tahun.



9. Dalam suatu ujian objektif yang terdiri daripada 16 soalan, setiap soalan mempunyai empat pilihan jawapan dengan satu daripadanya adalah betul. Seorang murid meneka jawapan bagi setiap soalan itu.

- (a) Jangkakan bilangan soalan yang diteka dengan salah.
- (b) Cari kebarangkalian bahawa murid itu
 - (i) mendapat semua jawapan salah,
 - (ii) lulus dalam ujian jika 60% dianggap sebagai lulus.



BERSAMBUNG..